

基于网络结构的并行路径规划算法*

吴晓涛, 孙增圻, 邓志东

清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084

文 摘 算法继承了人工势场法的基本思想,通过寻找路径点的能量函数的极小值点而使路径避开障碍物。势场由排斥场和吸引场叠加而成,在算法中对于排斥场和吸引场的强度引入了一个平衡系数,并引入了模拟退火的思想和一些启发性知识,以避免某些局部极值的情况。算法具有很大的并行性,收敛速度较快,易于从二维空间扩展到三维空间,对人工势场法给予了较大的改进,取得了较好的仿真效果。

关键词 势场法; 能量函数; 模拟退火; 并行网络

分类号 TP 39

路径规划问题就是运用某种策略生成从出发位置到目标位置的无碰撞路径。已提出的方法主要有位形空间法,图搜索法,人工势场法,拓扑法等。一般来说,解决无碰撞路径规划的方法是构造一个数据结构来表示工作空间,然后,通过对这个数据结构的搜索寻找到无碰撞路径。但是,这种方法通常存在着组合爆炸问题,所以很难做到在线实时地进行规划。并且,从二维寻优问题扩展到三维寻优问题也具有很大的困难。而人工势场法基本上不存在组合爆炸问题,并且从二维空间向三维空间的扩展也非常方便。本文算法用并行网络结构实现人工势场法,从而能够做到在线实时的进行规划,而且引入了模拟退火的基本思想和一些启发性知识以避免一些局部极值的情况。

1 并行路径规划算法

算法的流程见图1。其中输入部分给出障碍物的各项参数及初始路径点序列,初始路径点序列一般为在连接起始和终了路径点的直线

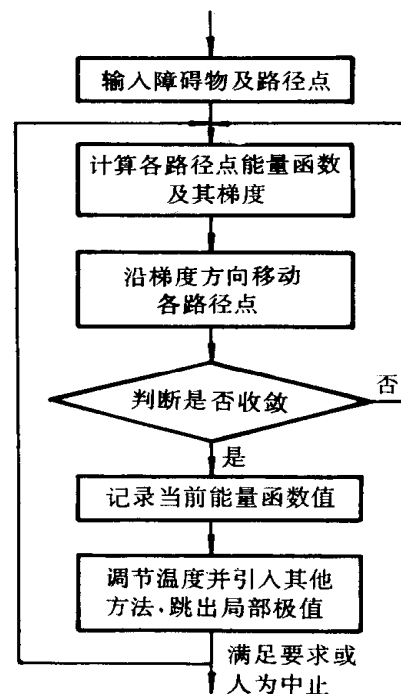


图1 规划系统流程图

收稿日期: 1994-06-23; 修回日期: 1995-03-07

* 国防科技预研基金项目

上均匀分布的点序列,这在大多数情况下可保证路径最短。

在获得输入的各项参数后,开始路径的寻优,也就是求能量函数的极小值问题。其基本算法是梯度下降算法,为避免算法陷入某些局部极小值,引入了模拟退火的思想和一些启发性知识。令: $R_k = (x_k, y_k)^T$ 为路径点的位置向量, $k = 1, 2, \dots, L$; e_{ij} 表示第 i 个障碍物的第 j 条边,其方程为 $A_{ij}X + C_{ij} = 0, i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N_i$; 其中 $X = (x, y)^T; A_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}), \|A_{ij}\| = 1; P_{ij} = (x_{ij}, y_{ij})^T$ 为第 i 个障碍物的第 j 个端点的位置向量。能量函数的计算如下:

$$E(R_k) = E_c + \beta E_A \quad (1)$$

式中: E_A 为路径点在相邻路径点的吸引函数场中的能量, β 为 E_A 相对于 E_c 的加权系数。路径点在障碍物的罚函数场中的能量为

$$E_c = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^L E_c^{ik} \quad (2)$$

第 k 个路径点在第 i 个障碍物的罚函数能量场中的能量值为

$$E_c^{ik} = \frac{1}{1 + e^{-D_{ik}/T_i}} \quad (3)$$

$$\text{则: } |D_{ik}| = \min_{j=1}^{N_i} |D_{ijk}|, \text{sgn}(D_{ik}) = \text{sgn}(D_{ijk}) \quad (4)$$

$$\text{式中: } D_{ijk} = \begin{cases} A_{ij}R_k + C_{ij} & \text{条件 1} \\ -\|R_k - P_{ij}\| & \text{条件 2} \\ -\|R_k - P_{i,j+1}\| & \text{条件 3} \end{cases} \quad (5)$$

令 $A'_{ij} = (b_{ij}, -a_{ij}), \overline{A}_{ij} = (a_{ij}, -b_{ij})$; 则有

$$\text{条件 1: } (A'_{ij}R_k + \overline{A}_{ij}P_{ij})(A'_{ij}R_k + \overline{A}_{ij}P_{i,j+1}) \geq 0;$$

$$\text{条件 2: } (A'_{ij}R_k + \overline{A}_{ij}P_{ij})(A'_{ij}R_k + \overline{A}_{ij}P_{i,j+1}) < 0, |A'_{ij}R_k + \overline{A}_{ij}P_{ij}| < |A'_{ij}R_k + \overline{A}_{ij}P_{i,j+1}|;$$

$$\text{条件 3: } (A'_{ij}R_k + \overline{A}_{ij}P_{ij})(A'_{ij}R_k + \overline{A}_{ij}P_{i,j+1}) < 0, |A'_{ij}R_k + \overline{A}_{ij}P_{ij}| > |A'_{ij}R_k + \overline{A}_{ij}P_{i,j+1}|;$$

$|D_{ik}|$ 所表示的实际上是路径点 R_k 到障碍物 O_i 的最短距离。并且, D_{ik} 在障碍物内符号为正,在障碍物外符号为负。条件 1、2、3 的几何含义如图 2, D_{ijk} 所表示的是点到线段的距离,所以,当 R_k 在满足条件 1 的区域内, D_{ijk} 即为点到直线 p_1, p_2 的距离;当 R_k 分别满足条件 2 和 3 时, D_{ijk} 分别为 R_k 和 p_1, R_k 和 p_2 两点间的距离。则

$$E_A = \sum_{k=1}^L E_A^k \quad (6)$$

第 k 个路径点在第 $k-1$ 和第 $k+1$ 个路径点的吸引函数场中能量的和为

$$E_A^k = \frac{1}{2} (\|R_k - R_{k+1}\|^2 + \|R_k - R_{k-1}\|^2) \quad (7)$$

能量函数梯度的计算如下:

$$\nabla E(R_k) = \nabla E_c(R_k) + \beta \nabla E_A(R_k) \quad (8)$$

$$\text{式中: } \nabla E_c(R_k) = \sum_{i=1}^M \nabla E_c^{ik}(R_k), \nabla E_c^{ik}(R_k) = \frac{e^{-D_{ik}/T_i}}{T_i} (E_c^{ik})^2 \nabla D_{ik}(R_k)$$

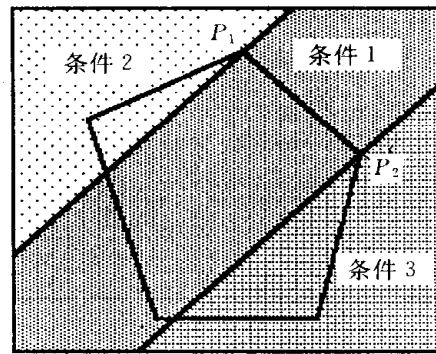


图 2 条件 1、条件 2、条件 3 的几何意义

$$\nabla D_{ik}(R_k) = \begin{cases} A_{ij} & \text{条件 1} \\ -(R_k - P_{ij}) / \|R_k - P_{ij}\| & \text{条件 2} \\ -(R_k - P_{i,j+1}) / \|R_k - P_{i,j+1}\| & \text{条件 3} \end{cases} \quad \text{条件 1、条件 2、条件 3 同(5)式。}$$

$$\nabla E_A(R_k) = (R_k - R_{k+1}) + (R_k - R_{k-1})$$

计算出能量函数的梯度后,就沿梯度方向移动路径点,移动的步长 a_k^i 由某种近似线性搜索策略给出,这种策略满足:

$$\nabla E(R_k^{t+1}) \left(-\frac{\nabla E(R_k^t)^T}{\|\nabla E(R_k^t)\|} \right) \geq h(-\|\nabla E(R_k^t)\|) \quad (9)$$

$$E(R_k^{t+1}) - E(R_k^t) \leq m a_k^i (-\|\nabla E(R_k^t)\|) \quad (10)$$

式中: $R_k^{t+1} = R_k^t + a_k^i \left(-\frac{\nabla E(R_k^t)^T}{\|\nabla E(R_k^t)\|} \right)$, a_k^i 为第 t 次第 k 个路径点的移动步长; μ 和 η 为满足 $0 < \mu \leq \eta < 1$ 的常数。当 a_k^i 满足第(9)(10)两式时,可证明 $\nabla E(R_k) \rightarrow 0$, 设 $\nabla E(R_k^*) = 0$; 进一步可证明 R_k^* 为 $E(R_k)$ 的局部极小点,也就是说本算法是收敛的。当 $\nabla E(R_k)$ 小于某一个小的正数 γ 时,则认为算法已经收敛。

为防止障碍物内的路径点因罚函数梯度远小于吸引函数的梯度而滞留于障碍物内,引入了模拟退火的方法: $E_{ik} = 1/(1 + e^{-D_{ik}/T_i})$, T_i 为模拟退火温度。可以看到,高温和低温时的罚函数的网状图在障碍物内部的梯度大小相差很远(见图 3,4)。如果在开始时,障碍物的温度取得较低,则在障碍物内部的某些点由于罚函数的梯度小于吸引函数的梯度,而滞留于障碍物内部。但如果一直取较高的温度,则因温度较高时的障碍物边界模糊而导致路径较长。于是在开始时 T 取较大的值,以使路径点较快地绕离障碍物,接着逐步地降低温度,以使路径较短。

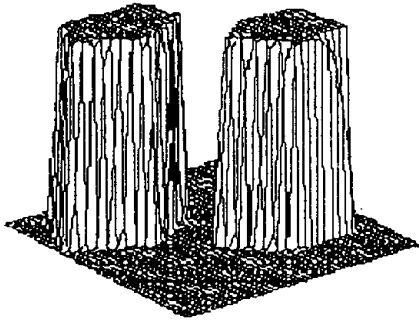


图 3 温度为 5 时的能量图

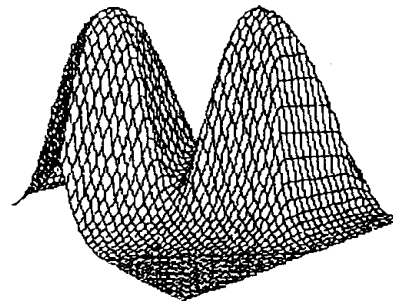


图 4 温度为 20 时的能量图

在算法的仿真中,遇到了如图 5 所示的局部极值情况,为避免这种情况,引入了一些启发性知识,告知局部范围内的几个路径点,向什么方向移动才能绕开障碍物,本算法采用的移动方向(见图 5)使穿过障碍物的路径点附近的 3 到 4 个路径点沿箭头方向移动,形成如图 6 所示的形状,从而使路径强行绕开障碍物。移动方向一般是根据障碍物的形状与连线穿越障碍物的路径点的关系来确定的,最终路径收敛到如图 7 所示的情况。

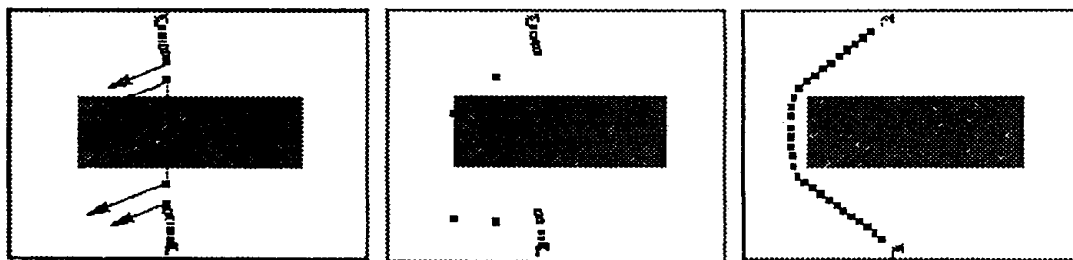


图 5 加入启发性知识前

图 6 加入启发性知识后

图 7 最终规划结果

2 仿真结果

算法的仿真结果如图 8~10 所示。当两个障碍物之间的路径很窄时,由于初始温度较高,所以路径点一开始就被排斥到障碍物堆的外侧,最终收敛于如图 8 所示的路径。实际上这条路径比从障碍物间的窄缝中穿过的路径要短。图 9 表示路径收敛于局部极值时的情况,对这种情况的处理,尚需引入一些新的算法如遗传算法等。图 10 是一般情况下的路径,一般来说是可以收敛到最短路径的。

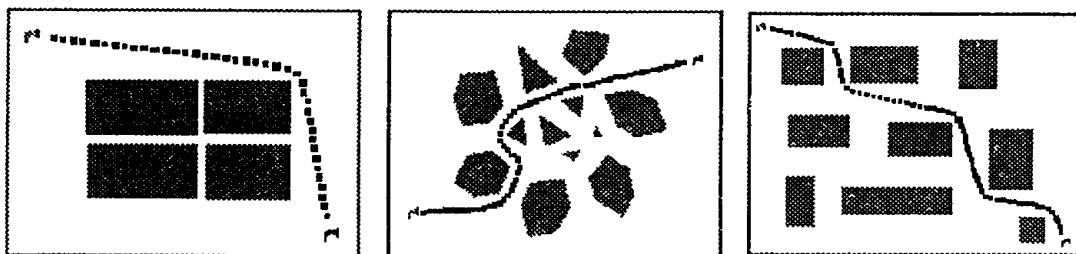


图 8 路径很窄时的情况

图 9 收敛于局部极值

图 10 通常情况下的规划

3 结束语

本算法具有很大的并行性,计算示意图见图 11,其中每一层结点代表算法的一个步骤,同一层结点间,其实现都是相互独立的,也就是说,每一个路径点都可独立地寻找自己的最优位置。而且,在计算时对每一个障碍物都可以分别独立地进行计算,因此算法的并行程度很高。实际上,本算法所计算的是函数的能量梯度,其计算示意图与图 11 一致。而吸引函数的梯度计算,也是由各路径点和其当前相邻路径点的位置计算,故也是各路径点独立进行计算并行实现的。

由二维空间扩展到三维空间以及将路径点变为有形状及大小的情况时,只需将 R_k 变为 $(X_k, Y_k, Z_k, a_k, b_k, g_k)^T$,并对障碍物的一些参数做相应的增加即可,算法基本保持不变。

本算法可用于在结构环境下的机械手或移动机器人的无碰撞路径规划,由于算法的高度并行性,当采用类似于图 11 所示的网络结构实现时,该并行路径规划算法可以满足在线应用要求。

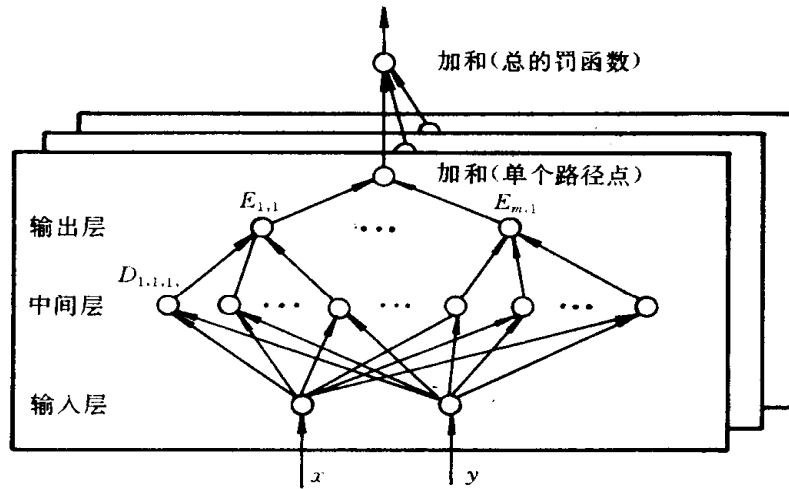


图 11 路径点罚函数计算示意图

参 考 文 献

- 1 Sukhan L, George A B. Control and dynamic systems. Academic Press Inc, 1991. 39
- 2 赵瑞安, 吴 方. 非线性最优化理论和方法. 杭州: 浙江科学技术出版社, 1992. 1~40
- 3 Latombe J C. Robot motion planning. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991. 1~30

Algorithm based on massively parallel connectionist network for path planning

Wu Xiaotao, Sun Zengqi, Deng Zhidong

Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University

Abstract: The algorithm given in this paper inherits the basic idea of potential energy field method. By searching the minimum value of the energy function, the collision free path can be found. Because a balance coefficient between the reject potential energy field and the attract potential energy field is introduced in the algorithm, and simulated annealing and some heuristic method are used in the algorithm, some local minimum value can be avoided. Compared with the method only using potential energy field, the parallel degree of this algorithm is higher, the convergence velocity of the algorithm is quicker, and it is easier to develop the algorithm from two dimensions to three demensions. The simulation shows good results.

Key words: potential energy field algorithm; energy function; simulated annealing; parallel connectionist network